

Números racionais

21 junho 2022

Maria Helena Martinho



FUNDAÇÃO
CALOUSTE GULBENKIAN



Universidade do Minho
Instituto de Educação

47 anos
IE UMinho

1975 | 2022

11. Operações com frações e decimais

Multiplicação e divisão

A abordagem será realizada a partir da resolução de problemas

Problema 1

A Maria comeu metade de $\frac{2}{3}$ de um bolo. Que fração de bolo comeu a Maria?

fração de fração

Problema 2

Quantas garrafas de $\frac{3}{4}$ de litro são precisas para encher um recipiente de litro e meio?

*comparação
similar a razão-
agrupamento de inteiros*

Problema 3

Ana gasta 1,5h no seu percurso de bicicleta. Daniel leva 5,25h a fazer o mesmo percurso a pé. Quanto vezes o tempo gasto por Daniel representa o tempo gasto por Ana?

comparação

Problema 4

A secretária da Alice é muito pequenina. Uma das dimensões é de $\frac{1}{4}$ de metro e a outra é de $\frac{1}{2}$ metro. Qual a sua área?

similar a produto de inteiros

Problema 1

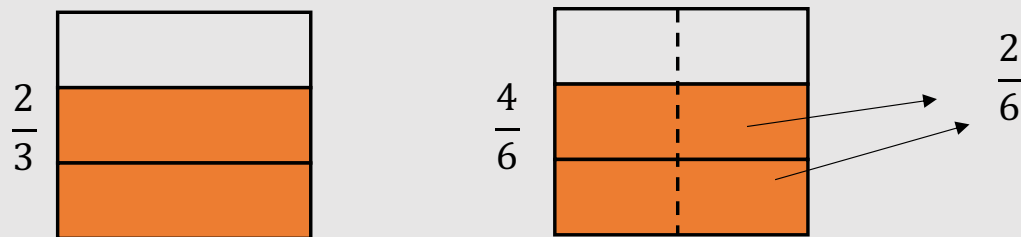
A Maria comeu metade de $\frac{2}{3}$ de um bolo. Que fração de bolo comeu a Maria?

fração de fração

Este problema refere $\frac{2}{3}$ de bolo mas queremos saber qual a quantidade do bolo completo que foi comida que não é $\frac{2}{3}$ de bolo, é metade.

Pode ser difícil identificar a unidade.

Metade de $\frac{2}{3}$ pode ser visto como operação multiplicativa sobre $\frac{2}{3}$ em que a fração operador é $\frac{1}{2}$.



$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ é } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$$

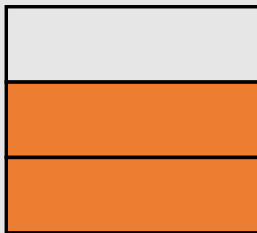
Maria comeu $\frac{2}{6}$ de bolo

Problema 1A

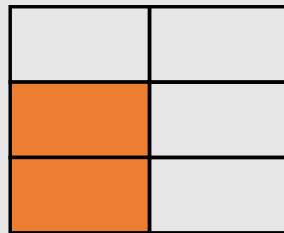
Já só havia um pedaço de bolo. Esse pedaço era $\frac{2}{3}$ do bolo.
Maria comeu $\frac{2}{6}$ de bolo. Qual a fração do pedaço de bolo
que comeu a Maria?

Explicação:

$\frac{2}{3}$ do bolo era o
que havia ainda



$\frac{2}{6}$ do bolo foi o
que Maria comeu



Maria comeu metade do pedaço

Resposta:

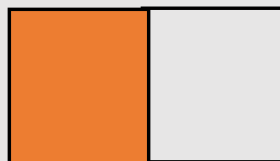
A Maria comeu $\frac{1}{2}$ do pedaço do bolo

Problema 1B

Já só havia um pedaço de bolo. Maria chegou e comeu metade do pedaço. Sabemos que a Maria comeu $\frac{2}{6}$ do bolo. Qual a fração de bolo corresponde ao pedaço inicial?

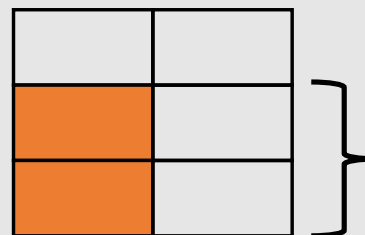
Explicação:

Maria comeu metade do pedaço de bolo



Como $\frac{2}{6}$ do bolo é igual a metade do pedaço de bolo, então o bocado sombreado corresponde a $\frac{2}{6}$ do bolo.

Sabemos que o bolo todo é igual a $\frac{6}{6}$.



Esta é a parte do bolo correspondente ao pedaço inicial, ou seja, é $\frac{4}{6}$ do bolo, simplificando, $\frac{2}{3}$ do bolo

Resposta:

O pedaço do bolo é $\frac{2}{3}$ do bolo

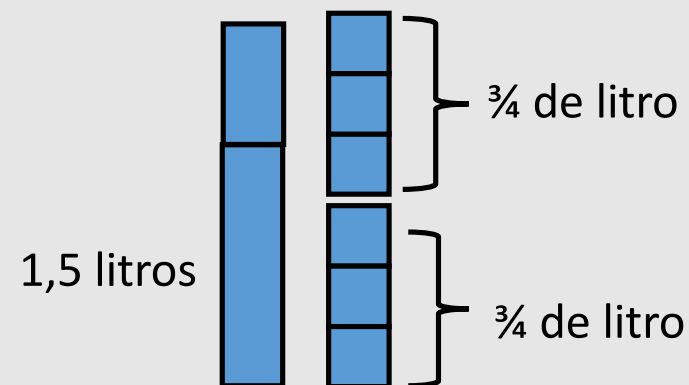
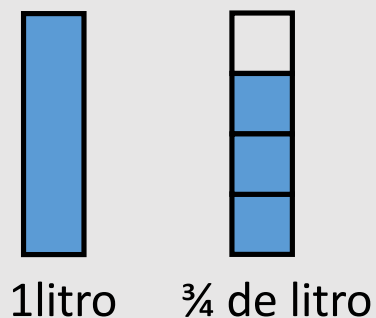
Problema 2

Quantas garrafas de $\frac{3}{4}$ de litro são precisas para encher um recipiente de litro e meio?

razão - agrupamento

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}} = 2$$

$\frac{3}{2}$ é o dobro de $\frac{3}{4}$



Resposta:

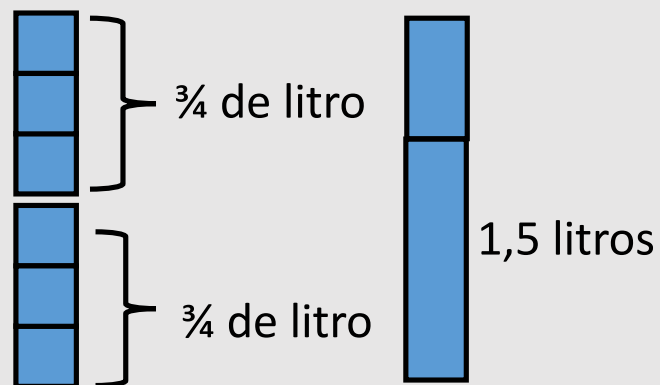
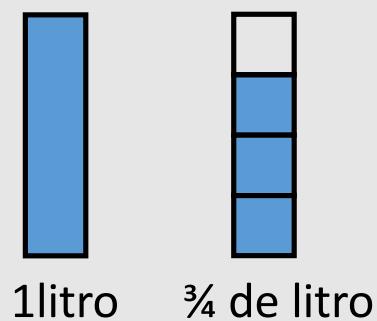
São necessárias 2 garrafas de $\frac{3}{4}$ de litro.

Problema 2A

Que capacidade tem um recipiente que pode ficar cheio com duas garrafas de $\frac{3}{4}$ de litro?

Este problema recorre à multiplicação $2 \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Resposta:
A capacidade do recipiente é de litro e meio.



Problema 3

Ana gasta 1,5h no seu percurso de bicicleta. Daniel leva 5,25h a fazer o mesmo percurso a pé. Quanto vezes o tempo gasto por Daniel representa o tempo gasto por Ana?

comparação

$$5,25 : 1,5 = 3,5$$

$$\frac{\frac{525}{100}}{\frac{15}{10}} = \frac{525 \times 10}{100 \times 15} = \frac{5250}{1500} = \frac{525}{150} = \frac{35}{10}$$

Resposta:

Daniel gasta 3,5 vezes mais tempo do que a Ana.

Problema 3A

Daniel gasta 5,25 horas a percorrer a pé um percurso, o que supõe 3,5 vezes o tempo que demora Ana a percorrer de bicicleta. Quanto tempo leva Ana?

$$5,25 : 3,5 = 1,5$$

Resposta:

A Ana demora 1,5 horas a percorrer o percurso de bicicleta.

Problema 3B

Ana gasta 1,5h no seu percurso de bicicleta e Daniel demora 3,5 vezes mais tempo a fazer o mesmo percurso a pé. Quanto tempo demora Daniel?

$$1,5 \times 3,5 = 5,25$$

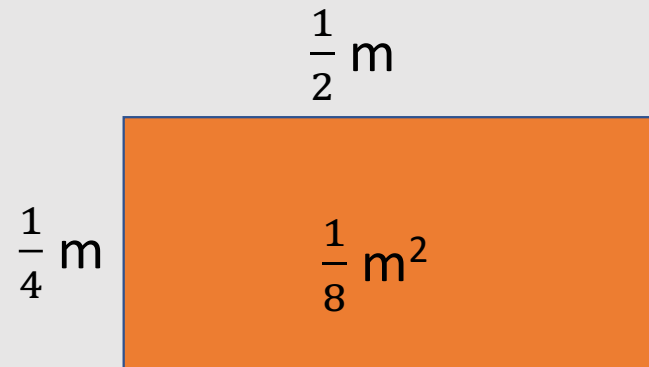
Resposta:

Daniel demora 5,25 horas a percorrer o percurso a pé.

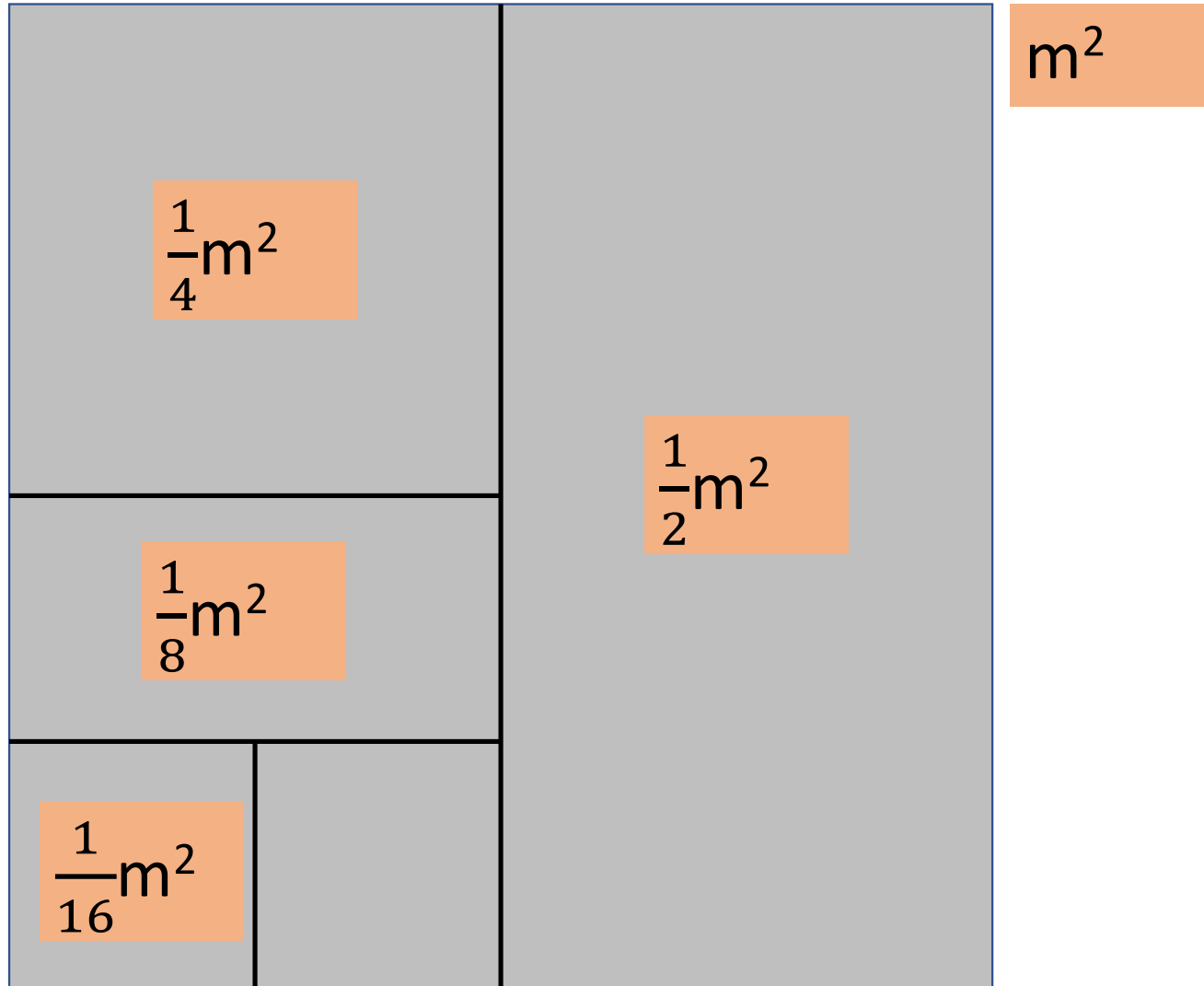
Problema 4

A secretária da Alice é muito pequenina. Uma das dimensões é de $\frac{1}{4}$ de metro e a outra é de $\frac{1}{2}$ metro. Qual a sua área?

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



Atenção, neste caso a unidade de referência das frações dadas (metro) não é a mesma da fração resultante (metro quadrado)

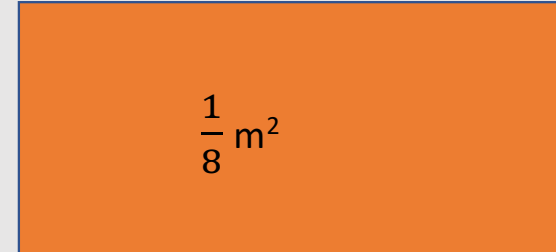


Problema 4A

A secretária da Alice é muito pequenina. Uma das dimensões é de $\frac{1}{4}$ de metro e de área $\frac{1}{8}$ de m^2 . Qual a outra dimensão da mesa?

$$\frac{1}{8} : \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{4}$ m



A utilização de figuras ajuda a dar significado à operação

Algumas dificuldades na multiplicação e divisão de frações

Confusão da divisão por $\frac{1}{2}$ com a divisão por 2

Exemplo:

Perante um pedido aos alunos para criarem um enunciado para a expressão $1\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$, indicaram enunciados como: "duas amigas querem dividir igualmente $1\frac{1}{3}$ de pizza. Com que quantidade de pizza fica cada uma?" confundem $1\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ com $1\frac{1}{3}$ dividido ao meio que seria $1\frac{1}{3} : 2$

Dividir 10 por 5 ou dividir 5 objetos em 10 partes iguais são situações diferentes. No entanto, ocorrem alguns mal entendidos. Por vezes os alunos ao colocarem 5:10 emendam para 10:5 argumentando que "não se pode dividir um número menor por um maior"

The background of the slide features a repeating pattern of overlapping squares. Each square is filled with a dense, textured pattern of thin, parallel lines that are oriented diagonally. The squares are arranged in a staggered grid, creating a complex, geometric visual effect. The overall color palette is monochromatic, consisting of various shades of gray and black.

12. Tarefas

1.

$1\frac{3}{4}$ de litros de leite são distribuídos igualmente por 6 canecas. Qual poderá ser a capacidade dessas canecas?

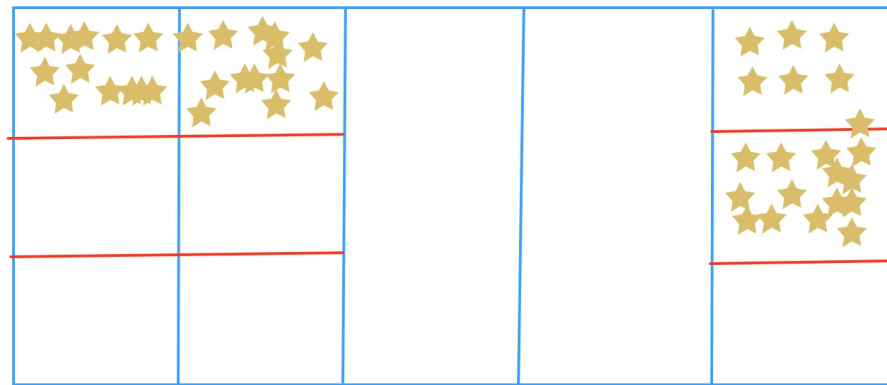
Essas canecas têm mais ou menos que $\frac{1}{4}$ *de litro*?

2.

Represente, recorrendo ao modelo de área, a seguinte expressão numérica:

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$$

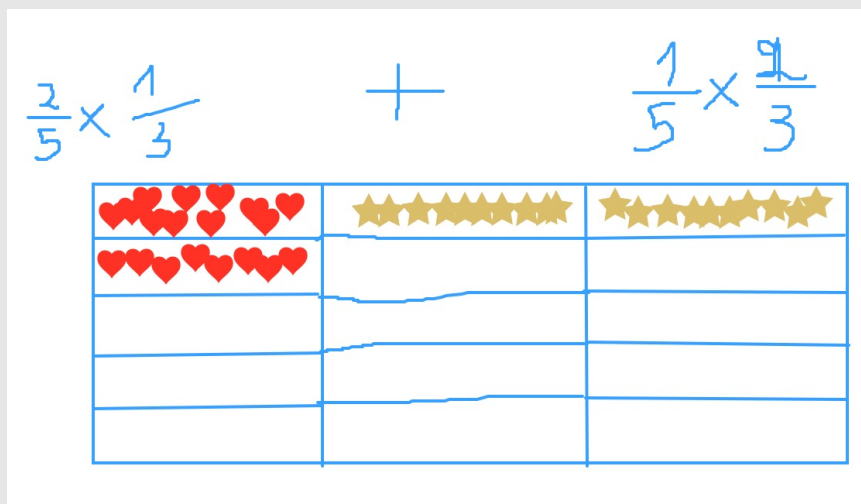


2.

Represente, recorrendo ao modelo de área, a seguinte expressão numérica:

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$$

Uma expressão diferente desta apesar de equivalente:



3.

João caminha $\frac{3}{5}$ de quilómetro em $\frac{3}{4}$ de hora. Quanto caminha João numa hora?

The diagram shows a horizontal red line representing a path of 1 km, starting at a red '0'. A blue arc above the line indicates a distance of $\frac{3}{5}$ km. A vertical line from the $\frac{3}{5}$ km mark on the path points to $\frac{3}{4}$ h. Another vertical line from the 1 km mark points to 1 h. Below these, the equation $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$ is written. To the right, a proportion is set up: $\frac{\frac{3}{5} \text{ km}}{x} = \frac{\frac{3}{4} \text{ h}}{1 \text{ h}}$. This is followed by the calculation $x = \frac{\frac{3}{5} \cdot 4}{3} = \frac{4}{5}$.

(Yáñez et al., 2016)

4.

Ana está a criar uma biblioteca em sua casa. Neste momento tem 18 livros de literatura africana que correspondem a $\frac{1}{4}$ do total de livros que tem. Quantos livros tem a Ana no total?



$$18 \times 4 = 72 \text{ livros}$$

$$\frac{1}{4} \times \square = 18 \text{ livros}$$

$$\square = 18 \times 4$$

$$= 72 \text{ livros}$$

Resposta:

A Ana tem 72 livros no total

(Yáñez et al., 2016)

5.

Quantas porções de $\frac{2}{3}$ de bolo obtemos com 5 bolos?

(Yáñez et al., 2016)

6.

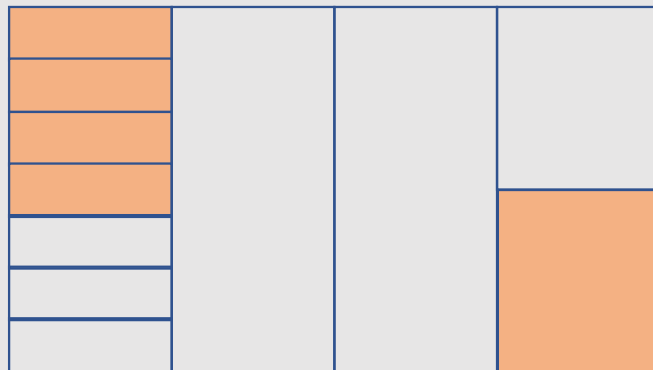
Enuncie um problema que se possa resolver com a operação $24,3 : 4$

(Yáñez et al., 2016)

7.

Recorra às operações com frações para representar a parte sombreada da figura.

(Agora recorrendo não apenas a adições)



Resposta:

$$\frac{4}{7} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$$

8.

Diga como proceder para calcular mentalmente os resultados das seguintes operações com números racionais:

a) $3 \times 3\frac{1}{5}$ b) $0,1 \times \frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{8} \times 8$

e) $3 : \frac{1}{3}$ f) $3 : \frac{3}{4}$ g) $\frac{1}{3} : 4$ h) $\frac{9}{8} : \frac{9}{4}$

Explique os raciocínios

Bibliografia

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. DGIDC- ME.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.

Greeno, J. (1991). Numer sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-217.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2009). *Desenvolvimento: O sentido do número racional*. Associação de Professores de Matemática.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.

Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo*. Texto Editores.

Tavares, D. , Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.

Yáñez, J. C., González, L. C. C., Rodríguez, N. C., Navarro, M. A. Montes, Ávila, D. I. E., & Medrano, E. F. (2016). *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación pprimaria*. Didáctica Y Desarrollo.